Test und Verlässlichkeit
Grosse Übung zu Foliensatz 4

Prof. G. Kemnitz

Institut für Informatik, TU Clausthal (TV_GUeF4)

8. Juni 2021

Ausfälle

Ausfallrate Hauptnutzungsphase

Aufgabe 4.1: Ausfallrate und mittlere Lebensdauer

Wie groß ist die mittlere Lebensdauer eines Rechners aus

- 30 Schaltkreisen mit einer Ausfallrate von 150 fit,
- 100 diskreten Bauteilen mit einer Ausfallrate von 30 fit und
- 500 Lötstellen mit einer Ausfallrate von 0,5 fit?

Wie groß ist die mittlere Lebensdauer eines Rechners aus

- 30 Schaltkreisen mit einer Ausfallrate von 150 fit,
- 100 diskreten Bauteilen mit einer Ausfallrate von 30 fit und
- 500 Lötstellen mit einer Ausfallrate von 0,5 fit?

Die Ausfallraten addieren sich. Gesamtausfallrate:

$$\lambda = 30 \cdot 150\,\mathrm{fit} + 100 \cdot 30\,\mathrm{fit} + 500 \cdot 0{,}5\,\mathrm{fit} = 7750\,\mathrm{fit}$$

Zu erwartende (mittlere) Lebensdauer:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{L}}\right] &= \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{7750 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{h}^{-1}} \\ &= 129 \cdot 10^{3}\,\mathrm{h} = 14{,}7\,\mathrm{Jahre}\end{aligned}$$

Aufgabe 4.2: Ausfall eines Transistors

Durch den Ausfall eines Tranistors in einem Schaltkreis steigt die FF-Rate eines Rechners von $\zeta_1 = 10^{-5}\,\frac{\text{FF}}{\text{SL}}$ auf $\zeta_2 = 10^{-4}\,\frac{\text{FF}}{\text{SL}}$.

a) Wie hoch ist die Zuverlässigkeit des Rechners vor und nach dem Ausfall des Transistors?

b) Welche FF-Rate verursacht der defekte Transistor?

Durch den Ausfall eines Tranistors in einem Schaltkreis steigt die FF-Rate eines Rechners von $\zeta_1 = 10^{-5}\,\frac{\mathrm{FF}}{\mathrm{SL}}$ auf $\zeta_2 = 10^{-4}\,\frac{\mathrm{FF}}{\mathrm{SL}}$.

a) Wie hoch ist die Zuverlässigkeit des Rechners vor und nach dem Ausfall des Transistors?

b) Welche FF-Rate verursacht der defekte Transistor?

a) Zuverlässigkeit als Kehrwert der FF-Rate:

- vor dem Ausfall:

$$Z_1 = \frac{1}{10^{-5}\,\frac{\mathrm{FF}}{\mathrm{SL}}} = 10^5\,\frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{FF}}$$

- nach dem Ausfall:

$$Z_2 = \frac{1}{10^{-4}\,\frac{\mathrm{FF}}{\mathrm{SL}}} = 10^4\,\frac{\mathrm{SL}}{\mathrm{FF}}$$

b) FF-Rate des defekten Transistors:

$$\zeta_{\mathrm{Tr}} = \zeta_2 - \zeta_1 = 9 \cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{FF}}{\mathrm{SL}}$$

Aufgabe 4.3: Ausfallrate von Glühlampen

Von 10.000 Glühlampen waren am 19. Tag noch 9.600 Lampen funktionsfähig und an diesem Tag fielen 5 Lampen aus.

a) Wie hoch war die Ausfallrate im Mittel an den ersten 18 Tagen?

b) Wie hoch war die Ausfallrate am 19. Tag?

Von 10.000 Glühlampen waren am 19. Tag noch 9.600 Lampen funktionsfähig und an diesem Tag fielen 5 Lampen aus.

a) Wie hoch war die Ausfallrate im Mittel an den ersten 18 Tagen?

b) Wie hoch war die Ausfallrate am 19. Tag?

a) Mittlere Ausfallrate an den ersten 18 Tagen:

$$\lambda_{1-18} = \frac{400\,\text{Ausfälle}}{10.000\,\text{Objekte} \cdot 18\,\text{Tage} \cdot 24\,\frac{\text{h}}{\text{Tag}}}$$
$$= 9{,}26 \cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Ausfälle}}{\text{h}} = 92.600\,\text{fit}$$

b) Ausfallrate am 19 Tagen:

$$\lambda_{1-18} = \frac{5\,\text{Ausfälle}}{9.600\,\text{Objekte} \cdot 24\,\text{h}} = 2{,}17 \cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Ausfälle}}{\text{h}} = 21.700\,\text{fit}$$

Die Ausfallrate nimmt offenbar in den betrachteten ersten Tagen der Nutzungsdauer noch ab. Frühphase.

Aufgabe 4.4: Dauerbetrieb oder Ausschalten

Das Netzteil eines Rechners habe im normalen Betrieb eine Ausfallrate $\lambda = 9000$ fit. Im ausgeschalteten Zustand sei die Ausfallrate 0. Bei einem Einschaltvorgang werden die Bauteile des Netzteils stärker belastet, so dass das Netzteil mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,01% ausfällt. Ab welcher Ausschaltdauer erhöht das Ausschalten die Überlebenswahrscheinlichkeit des Rechners?

Das Netzteil eines Rechners habe im normalen Betrieb eine Ausfallrate $\lambda = 9000$ fit. Im ausgeschalteten Zustand sei die Ausfallrate 0. Bei einem Einschaltvorgang werden die Bauteile des Netzteils stärker belastet, so dass das Netzteil mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,01% ausfällt. Ab welcher Ausschaltdauer erhöht das Ausschalten die Überlebenswahrscheinlichkeit des Rechners?

Die gesuchte Ausschaltdauer t_{AD} ist die Zeit, ab der die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls im normalen Betrieb größer als die Ausfallwahrscheinlichkeit p_{ES} beim Einschalten ist:

$$\begin{aligned}1 - R\left(t_{\mathrm{AD}}\right) &= 1 - e^{-\lambda \cdot t_{\mathrm{AD}}} < p_{\mathrm{ES}} \\ t_{\mathrm{AD}} &> -\frac{\ln\left(1 - p_{\mathrm{ES}}\right)}{\lambda} = -\frac{\ln\left(1 - 0{,}01\%\right)}{9000 \cdot 10^{-9}\mathrm{h}^{-1}} \approx 11\,\mathrm{h}\end{aligned}$$

Voralterung

Aufgabe 4.5: Voralterung

a) Was ist Voralterung und wie erhöht sich durch sie die mittlere Lebensdauer der vorgealterten Objekte?

b) Ein Rechner wird zum Nutzungsbeginn einen Monat lang mit erhöhter Betriebsspannung und übertaktet betrieben. Mindert oder erhöht das die Ausfallrate innerhalb der nachfolgenden ein bis zwei Jahre[a]?

c) Verkürzt oder verlängert ein zeitlich begrenzter übertakteter Betrieb mit erhöhter Betriebsspannung die mittlere Lebensdauer?

---

[a] Die Ermügungsphase beginnt erst nach mehreren Jahren, in der Regel mit dem Austrocknen der Elektrolytkondensatoren in den Netzteilen.

a) Was ist Voralterung und wie erhöht sich durch sie die mittlere Lebensdauer der vorgealterten Objekte?

b) Ein Rechner wird zum Nutzungsbeginn einen Monat lang mit erhöhter Betriebsspannung und übertaktet betrieben. Mindert oder erhöht das die Ausfallrate innerhalb der nachfolgenden ein bis zwei Jahre[a]?

a) Voralterung erhöht die Ausfallrate auch für die potentiellen Schwachstellen, die Frühausfälle verursachen. Die kränklichen Bauteile sterben und werden vor dem Einsatz ersetzt. Unter normalen Betriebsbedingungen ist die Ausfallrate vorgealterter Bauteile geringer und die mittlere Lebensdauer höher.

b) Der übertaktete Betrieb mit erhöhter Betriebsspannung ist eine Voralterung. Überleben tun die Systeme ohne Kinderkrankheiten. Die Ausfallrate innerhalb der nachfolgenden ein bis zwei Jahre ist unter Normalbedingungen geringer.

c) Verkürzt oder verlängert ein zeitlich begrenzter übertakteter Betrieb mit erhöhter Betriebsspannung die mittlere Lebensdauer?

c) In der Hauptnutzungsphase erhöht sich während des übertakteten Betriebs mit erhöhter Betriebsspannung die Ausfallrate. Danach ist sie wieder normal. Wenn die Zeitintervalle der Übertaktung im Betrachtungsintervall liegen, verkürzt sich die Lebensdauer, sonst nicht. In jedem Fall verkürzt sich die Zeit, bis in der Ermüdungsphase die Ausfallrate wieder zunimmt.

Redundanz

Aufgabe 4.6: Flurbeleuchtung

Die Flurbeleuchtung sei verfügbar, wenn mindestens eine von vier Lampen mit einer mittleren Lebensdauer von $\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{LL}}\right] = 1.000\,\mathrm{h}$ und die Spannungsversorgung mit einer mittleren Lebensdauer $\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{LS}}\right] = 10.000\,\mathrm{h}$ funktioniert.

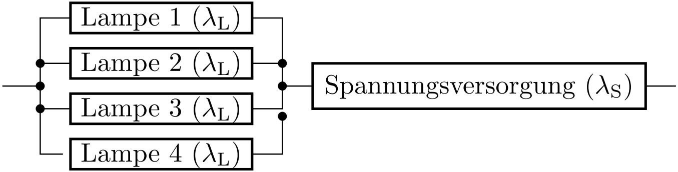
a) Verfügbarkeitsplan?

b) Ausfallrate des Gesamtsystems?

Die Flurbeleuchtung sei verfügbar, wenn mindestens eine von vier Lampen mit einer mittleren Lebensdauer von $\mathbb{E}[t_{\mathrm{LL}}] = 1.000\,\mathrm{h}$ und die Spannungsversorgung mit einer mittleren Lebensdauer $\mathbb{E}[t_{\mathrm{LS}}] = 10.000\,\mathrm{h}$ funktioniert.

a) Verfügbarkeitsplan?

a) Die Lampen bilden eine Paralleschaltung mit der Spannungsversorgung in Reihe:



Die drei nicht unbedingt erforderlichen Lampen bilden eine heiße Reserve.

Die Flurbeleuchtung sei verfügbar, wenn mindestens eine von vier Lampen mit einer mittleren Lebensdauer von $\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{LL}}\right] = 1.000\,\mathrm{h}$ und die Spannungsversorgung mit einer mittleren Lebensdauer $\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{LS}}\right] = 10.000\,\mathrm{h}$ funktioniert.

b) Ausfallrate des Gesamtsystems?

b) Ausfallrate der Lampeneinheit:

$$\lambda_{\mathrm{Lges}} \approx \frac{\lambda_{\mathrm{L}}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+1} \approx 0{,}48\cdot\lambda_{\mathrm{L}}$$

Ausfallrate des Gesamtsystems:

$$\begin{aligned}\lambda_{\mathrm{ges}} &\approx \frac{1}{\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{LS}}\right]}_{\mathrm{S}} + 0{,}48\cdot\lambda_{\mathrm{L}}\\ &= \frac{1}{E\left[t_{\mathrm{LS}}\right]} + 0{,}48\cdot\frac{1}{E\left[t_{\mathrm{LL}}\right]} = 5{,}8\cdot 10^{-4}\,\mathrm{h}^{-1} = 5{,}8\cdot 10^{5}\,\mathrm{fit}\end{aligned}$$

Aufgabe 4.7: Kalte und heiße Reserve

a) Wie hoch ist die mittlere Lebensdauer $\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{L.ges}}\right]$ einer Lichterkette in Form einer Reihenschaltung aus 10 Lampen, wenn jede Lampe einzeln eine mittlere Lebensdauer von $\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{LL}}\right] = 1000\,\mathrm{h}$ besitzt?

b) Auf welchen Wert erhöht sich die mittlere Lebensdauer, wenn eine zusätzliche kalte Reserve von 2 Ersatzlampen existiert, die zum Beanspruchungsbeginn noch funktionieren und die ersten zwei ausfallenden Lampen ersetzen?

a) Wie hoch ist die mittlere Lebensdauer $\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{L.ges}}\right]$ einer Lichterkette in Form einer Reihenschaltung aus 10 Lampen, wenn jede Lampe einzeln eine mittlere Lebensdauer von $\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{LL}}\right] = 1000\,\mathrm{h}$ besitzt?

b) Auf welchen Wert erhöht sich die mittlere Lebensdauer, wenn eine zusätzliche kalte Reserve von 2 Ersatzlampen existiert, die zum Beanspruchungsbeginn noch funktionieren und die ersten zwei ausfallenden Lampen ersetzen?

a) Die Reihenschaltung von zehn Lampen hat die zehnfache Aufallrate und ein zehntel der zu erwartenden Lebensdauer einer Lampe:

$$\lambda_{\mathrm{L.ges}} = \frac{1}{\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{L.ges}}\right]} = 10\cdot\frac{1}{\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{LL}}\right]};\ \mathbb{E}\left[t_{\mathrm{L.ges}}\right] = \frac{\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{L.L}}\right]}{10} = 100\,\mathrm{h}$$

b) Das Gesamtsystem mit zwei Lampen als kalte Reserve fällt aus, wenn dreimal eine von zehn Lampen ausgefallen ist. Die mittlere Lebensdauer verdreifacht sich:

$$\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{L.2KR}}\right] = 3\cdot\mathbb{E}\left[t_{\mathrm{L.ges}}\right] = 300\,\mathrm{h}$$

Wartung

Aufgabe 4.8: Überlebenswahrscheinlichkeit und Wartung

a) Wie groß ist die Überlebenswahrscheinlichkeit eines zum Zeitpunkt $t = 0$ funktionierenden Systems mit einer über die Zeit konstanten Ausfallraten von $\lambda = 1000\,\mathrm{fit}$ nach einer Nutzungsdauer von 100 Tagen?

b) Wie lang darf das Wartungsintervall τ maximal sein, damit die Überlebenswahrscheinlichkeit auf nicht weniger als 99,9% absinkt[a]?

---

[a] Wartung hier im Sinne von Test und Ersatz oder Repartur ausgefallener Systeme.

a) Wie groß ist die Überlebenswahrscheinlichkeit eines zum Zeitpunkt $t = 0$ funktionierenden Systems mit einer über die Zeit konstanten Ausfallraten von $\lambda = 1000\,\mathrm{fit}$ nach einer Nutzungsdauer von 100 Tagen?

Überlebenswahrscheinlichkeit bei einer konstanten Ausfallrate:

$$\begin{aligned}\lambda &= -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{d\,R(t)}{dt} \\ R(t) &= e^{-\lambda \cdot t}\end{aligned}$$

Überlebenswahrscheinlichkeit nach $t = 100\,\mathrm{Tage} = 2400\,\mathrm{h}$ bei $\lambda = 1000\,\mathrm{fit} = 10^{-6}\,\frac{\mathrm{Ausfälle}}{\mathrm{h}}$:

$$R(t) = e^{-10^{-6}\,\frac{\mathrm{Ausfälle}}{\mathrm{h}} \cdot 2400\,\mathrm{h}} = 99{,}76\%$$

b) Wie lang darf das Wartungsintervall τ maximal sein, damit die Überlebenswahrscheinlichkeit auf nicht weniger als 99,9% absinkt[a]?

Wartungsintervall τ für $R(t=\tau) \geq 99{,}9\%$:

$$\tau \leq -\frac{\log\left(R\left(\tau\right)\right)}{\lambda} = -\frac{\log\left(99{,}9\%\right)}{10^{-6}\,\mathrm{h}^{-1}} = 1.000\,\mathrm{h} = 41{,}7\,\mathrm{Tage}$$